Funkcja liniowa

Zad 1. Wyznacz punkty przecięcia z osiami układu współrzędnych.

Przykład: $y = \frac{1}{3}x - 3$

Aby wyznaczyć punkt przecięcia z osia Oy wyznaczmy b czyli samą liczbę, która występuje we wzorze $b = -3$, czyli punkt ma współrzędne (0 , -3). Aby wyznaczyć punkt przecięcia z drugą osia musimy policzyć miejsce zerowe tzn. za y podstawić 0,

$$\frac{1}{3}x - 3 = 0$$

$$\frac{1}{3}x = 3 \;/\cdot 3$$

$x = 9$, stąd wynika, że punkt przecięcia z osia Ox to (9 , 0). Według wzoru wykonaj pozostałe

Przykłady:

a) $y = 0{,}4x + 3$
b) $y = 1 - x$
c) $y = \frac{1}{4}x$
d) $y = -x + 2$
e) $y = \frac{5}{6}x + 1$
f) $y = -\frac{2}{3}x - 6$
g) $y = -3x + 0{,}25$
h) $y = -2x + \frac{1}{4}$

Zad2. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkty A i B:

Przykład: $A = (-4, -1),\ B = (1, 4)$

Najpierw obliczmy współczynnik kierunkowy a ze wzoru $a = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$

$a = \frac{4-(-1)}{1-(-4)} = \frac{5}{5} = 1$ teraz do postaci kierunkowej $y = ax + b$ wstawiamy a i współrzędne jednego z punktów i liczymy b

$4 = 1 \cdot 1 + b$

$b = 3$

Równanie prostej ma postać: $y = x + 3$

Przykłady:

a) A(2, 1), B(5, 4)
b) A(-1, -3), B(2, 3)
c) A(-2, 2), B(4, -1)
d) A(-2, 1), B(2, 5)
e) $A\left(4, \frac{1}{2}\right), B\left(-7, 1\frac{1}{2}\right)$
f) $A\left(\frac{7}{4}, \frac{12}{5}\right), B\left(1\frac{3}{4}, 2\frac{3}{5}\right)$
e) $A(-\sqrt{2}, 0), B(3\sqrt{2}, 16)$
f) $A(1, \sqrt{5}), B(-3, \sqrt{5})$
g) $A(3, 4), B\left(-3\frac{1}{4},\ 2\frac{1}{8}\right)$

Zad3. Określ monotoniczność funkcji f w zależności od parametru m

Przykład: $y = (m-1)x + 4$

Monotoniczność funkcji zależy od współczynnika a. Rozpatrzymy więc trzy przypadki

1. gdy $a > 0$
   $a = m - 1$
   $m - 1 > 0$
   $m > 1$
   dla $m \in (1, \infty)$
   funkcja rosnąca
2. gdy $a = 0$
   $m - 1 = 0$
   $m = 1$
   funkcja stała
3. gdy $a < 0$
   $m - 1 < 0$
   $m < 1$
   dla $m \in (-\infty, 1)$ funkcja malejąca

Przykłady:

a) $f(x) = (5 - m)x$
b) $f(x) = (1 + 5m)x - 1$
c) $f(x) = \left(5 - \frac{2}{3}m\right)x + 3$
d) $f(x) = \frac{1}{2}(3 + m)x - 2$
e) $f(x) = (3m - 4)x + 2$
f) $f(x) = \left(\frac{1}{2}m - 2\right)x - m$
g) $f(x) = (|m| - 4)x - 1$
h) $f(x) = (|m + 2| - 1)x + 3$

Zad4. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt P i równoległej do prostej l.

Przykład: $l: y = 2x - 7, P(3,5)$

Prosta jest równoległa do danej prostej gdy współczynnik kierunkowy a jest taki sam stąd wynika, ze $a = 2$. Do równania prostej wstawiamy współrzędne punktu P i a i liczymy b

$y = ax + b$

$5 = 2 \cdot 3 + b$

$5 = 6 + b$y

$5 - 6 = b$

$b = -1$ i wstawiamy do wzoru wartość a i b $\qquad y = 2x - 1$

Przykłady:

a) $l: y = -3x + 6,\ P(1,-1)$

b) $l: y = 4x - 2,\ P(0,5)$

c) $l: y = \frac{5}{2}x + 1,\ P(-2,3)$

d) $l: y = 2x - \sqrt{2},\ P(-2,0)$

e) $l: y = -\frac{1}{2}x + 4,\ P(-4,4)$

f) $l: y = \sqrt{2}x + 3, P(\sqrt{2},-4)$

g) $l: y = \sqrt{3}x - 3, P(2\sqrt{3},6)$

Zad5. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt A i prostopadłej do prostej l.

Przykład: $y = 2x - 7,\ P(-4,5)$

Aby prosta była prostopadła do prostej to współczynnik kierunkowy a musi być przeciwny i odwrotny

$a = 2$

$a_{\perp} = -\frac{1}{2}$, do równania prostej $y = ax + b$ wstawiamy współrzędne punktu P i $a_{\perp}$

$5 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-4) + b$

$5 = 2 + b$

$5 - 2 = b$

$b = 3$ Teraz do postaci kierunkowej wstawiamy $a_{\perp}\ i\ b \Longrightarrow\ y = -\frac{1}{2}x + 7$

Przykłady:

a) $l: y = -6x + 1,\ P(12,7)$

b) $l: y = 1{,}5x - \sqrt{3},\ P(6,-5)$

c) $l: y = 4x - 6,\ P(8,0)$

d) $l: y = -2{,}5x + 1,\ P(4,-1{,}5)$

e) $l: y = -\frac{2}{5}x + 3,\ P\left(-3,-\frac{1}{2}\right)$

f) $l: y = -\frac{1}{3}x + \sqrt{2},\ P(-1,1)$

g) $l: y = 5x - 1,\ P(-5,2)$

h) $l: y = -\frac{1}{3}x + 5,\ P(1{,}5;2)$

Zad6. Rozwiąż układ równań:

a) $\begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ x - 4y = -3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + \frac{1}{2}y = 1 \\ 5x + 2y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ 3x - 2y = 8{,}6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x + \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 4x - 6 = 0 \\ \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{3} \end{cases}$

Marta Czuk