

## Planimetria 1 - zadania przygotowawcze do sprawdzianu

1. Sinus kąta ostrego  $\alpha$  ma wartość 0,2. Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta.

**Wskazówka:** Narysuj trójkąt prostokątny z odpowiednimi bokami, oblicz długość dłuższej przyprostokątnej, a następnie odczytaj wartości funkcji.

**Odpowiedź:**  $\cos \alpha = \frac{2}{5}\sqrt{6}$ ,  $tg \alpha = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$ ,  $ctg \alpha = 2\sqrt{6}$ .

2. Tangens kąta ostrego  $\alpha$  ma wartość 7. Oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta.

**Odpowiedź:**  $ctg \alpha = \frac{1}{7}$ ,  $\sin \alpha = \frac{7}{10}\sqrt{2}$ ,  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ .

3. Wiadomo, że  $tg \alpha = 2$ . Oblicz wartość wyrażenia  $\frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - \cos \alpha}$ .

**Wskazówka:** Zadanie można rozwiązać wyznaczając wartości sinusa i cosinusa z odpowiedniego trójkąta. Jest prostsza metoda: tangens to stosunek sinusa do cosinusa, stąd  $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$ , co po wstawieniu do wyrażenia i skróceniu cosinusa daje wynik.

**Odpowiedź:**  $\frac{4}{3}$

4. W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 14, a sinus jednego z kątów ostrych ma wartość  $\frac{5}{7}$ .

Oblicz pole tego trójkąta.

**Wskazówka:** Narysować trójkąt prostokątny z bokami  $x, y, 14$ . Jedną niewiadomą znajdujemy z sinusa, a drugą z tw. Pitagorasa.

**Odpowiedź:** Pole wynosi  $20\sqrt{6}$ .

5. W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych ma długość 5, a druga jest o 1 krótsza od przeciwprostokątnej. Wyznacz obwód i pole tego trójkąta.

**Wskazówka:** Oznacz boki trójkąta prostokątnego, np.:  $5, x - 1, x$ , a następnie ułóż równanie (tw. Pitagorasa) i rozwiąż je.

**Odpowiedź:** obwód wynosi 30 (j), pole 30 (j<sup>2</sup>).

6. Jeden z kątów ostrych trójkąta prostokątnego ma miarę trzykrotnie większą od drugiego kąta ostrego. Wyznacz miary kątów ostrych tego trójkąta.

**Wskazówka:** Oznacz kąty ostre za pomocą jednej niewiadomej, następnie ułóż i rozwiąż odpowiednie równanie (suma kątów trójkąta).

**Odpowiedź:**  $22,5^\circ = 22^\circ 30'$  i  $67,5^\circ = 67^\circ 30'$ .

7. Jeden z kątów równoległoboku ma 3,5 razy większą miarę niż drugi kąt tego równoległoboku. Wyznacz te kąty.

**Wskazówka:** Oznacz wszystkie kąty równoległoboku za pomocą jednej niewiadomej, następnie ułóż i rozwiąż odpowiednie równanie (suma kątów równoległoboku).

**Odpowiedź:**  $40^\circ$  i  $140^\circ$ .

8. Oblicz promienie kół: wpisanego w trójkąt i opisanego na trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych 15 i 8.

**Wskazówka:** promień koła wpisanego w (dowolny) trójkąt to stosunek pola do połowy obwodu tego trójkąta.

**Odpowiedź:**  $r = 3$ ,  $R = 8,5$ .

9. Wyznacz promień okręgu wpisanego w trójkąt równoramienny o podstawie długości 6 i ramieniu długości 5.

**Wskazówka:** Należy wyznaczyć wysokość opuszczoną na podstawę (trójkąt "egipski!"), co pozwoli obliczyć, dalej jak w zadaniu 8.

**Odpowiedź:**  $r = 1,5$ .

10. Pole koła wpisanego w trójkąt równoboczny ma wartość  $3\pi$ . Jakie pole ma koło opisane na tym trójkącie?

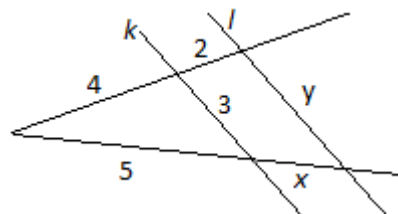
**Wskazówka:** Każde dwa koła są podobne, więc stosunek pól to kwadrat skali podobieństwa, a skala podobieństwa kół to stosunek promieni.

Wystarczy wiedzieć gdzie leży środek obu okręgów (wspólny w przypadku tego trójkąta).

**Odpowiedź:**  $12\pi$ .

11. Oblicz  $x$  i  $y$  jeśli proste  $k$  i  $l$  są równoległe

**Odpowiedź:**  $x = 2,5$ ,  $y = 4,5$ .



12. Przekątna kwadratu jest o 6 dłuższa od boku. Oblicz pole i obwód tego kwadratu.

**Wskazówka:** ułożyć i rozwiązać równanie z niewiadomą, którą jest długość boku kwadratu.

**Odpowiedź:** pole jest równe  $36(\sqrt{2} + 1)^2 = 36(3 + 2\sqrt{2})$ , a obwód  $24(\sqrt{2} + 1)$ .

13. Promień okręgu wpisanego w kwadrat jest o 2 krótszy od promienia okręgu opisanego na tym kwadracie.  
Oblicz pole kwadratu.  
**Wskazówka:** Ułożyć i rozwiązać równanie z jedną niewiadomą (np.  $r$  - promień okręgu wpisanego w kwadrat).  
**Odpowiedź:**  $16(3 + 2\sqrt{2})$ .
14. Przekątna rombu o polu 18 ma długość 6. Oblicz obwód tego rombu.  
**Wskazówka:** Pole rombu to połowa iloczynu jego przekątnych. Przekątne dzielą romb na cztery przystające trójkąty prostokątne.  
**Odpowiedź:**  $12\sqrt{2}$  (ten romb jest kwadratem).
15. Kąt ostry rombu o obwodzie 24 ma miarę  $30^\circ$ . Oblicz pole tego rombu.  
**Wskazówka:** Pole rombu to iloczyn długości boku i wysokości, którą można wyznaczyć z trójkąta prostokątnego z kątem ostrym  $30^\circ$ .  
**Odpowiedź:** 9.
16. Pole równoległoboku o bokach długości 10 i 6 jest równe  $30\sqrt{2}$ . Wyznacz kąty tego równoległoboku.  
**Wskazówka:** Pole równoległoboku, to iloczyn długości boku (10) i wysokości. Po obliczeniu wysokości łatwo stwierdzić jaki jest kąt ostry równoległoboku.  
**Odpowiedź:**  $45^\circ$  i  $135^\circ$ .
17. Kąt ostry trapezu prostokątnego o podstawach długości 4 i 2 ma miarę  $60^\circ$ . Oblicz pole tego trapezu.  
**Wskazówka:** Narysować trapez z krótszą przekątną i się mu przyjrzeć.  
**Odpowiedź:**  $6\sqrt{3}$ .
18. Trapez równoramienny o podstawach długości 12 i 8, i polu 40, podzielono na dwa mniejsze trapezy odcinkiem łączącym środki ramion. Oblicz pola i obwody obu trapezów.  
**Wskazówka:** Wysokość łatwo obliczyć z pola. Po odpowiednim narysowaniu wysokości łatwo wyznaczyć długość ramienia. Długość odcinka łączącego środki ramion to średnia arytmetyczna długości podstaw.  
**Odpowiedź:** Pola: 22 i 18, obwody:  $22 + 2\sqrt{5}$  i  $18 + 2\sqrt{5}$ .
19. Dłuższa podstawa trapezu równoramiennego ma długość 4, a pozostałe boki mają długość 2. Oblicz miary kątów tego trapezu, długość przekątnej oraz pole.  
**Wskazówka:** Narysować trapez i dwie jego wysokości (albo podzielić go na trzy trójkąty).  
**Odpowiedź:** kąty:  $60^\circ$  i  $120^\circ$ , przekątna:  $2\sqrt{3}$ , pole:  $3\sqrt{3}$ .
20. Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 21 i 3, a ramiona mają długość 15. Oblicz pole trapezu oraz pola trójkątów, na które dzieli ten trapez jego przekątne.  
**Wskazówki:** Aby wyznaczyć wysokość trapezu: narysować dwie wysokości dzielące trapez na dwa trójkąty i prostokąt i przyjrzeć się tym trójkątom. Aby wyznaczyć pola trójkątów: zastosować skalę podobieństwa dwóch trójkątów z podstawami 21 i 3.  
**Odpowiedź:** Pole 144, pola trójkątów:  $2\frac{1}{4}$ ,  $15\frac{3}{4}$ ,  $15\frac{3}{4}$ ,  $110\frac{1}{4}$ .

Piotr Kryszkiewicz